

QUDUQLARNING NOTEKIS JOYLASHUVI SHAROITIDA GAZ FILTRATSIYASI JARAYONINI SONLI MODELLASHTIRISH ALGORITMI

Gulstan Artikbayeva

Xorazm Ma'mun akademiyasi

Email: gulstan2202@gmail.com

Annotatsiya. Ushbu maqolada quduqlarning notekis joylashuvi va qatlam parametrlarining fazoviy o'zgaruvchanligi sharoitida gaz filtratsiyasi jarayonini sonli modellashtirish masalasi ko'rib chiqilgan. G'ovak muhitda gazning bir o'lchamli nostatsionar filtratsiyasini tavsiflovchi nochiziqli xususiy hosilali differensial tenglama va unga mos boshlang'ich-chegaraviy masala shakllantirilgan. Quduqlarning qatlam bo'ylab notekis va nuqtali joylashuvi Dirakning delta-funksiyasi yordamida ifodalangan. Nochiziqli tenglamalarni yechish uchun kvazichiziqilashtirish va oshkormas chekli-ayirmali sxemalarga asoslangan sonli algoritmi ishlab chiqilgan. Hosil bo'lgan uch diagonalli algebraik tenglamalar tizimi progonka usuli orqali samarali yechilgan. Ishlab chiqilgan algoritmi qatlamdagi bosim maydoni taqsimotini va quduqlararo bosim interferensiyasini aniq baholash imkonini beradi.

Kalit so'zlar: gaz filtratsiyasi, notekis joylashuv, nochiziqli tenglama, chekli-ayirmali sxema, oshkormas sxema, qatlam bosimi, sonli modellashtirish.

Аннотация. В данной статье рассматривается задача численного моделирования процесса фильтрации газа в условиях неравномерного размещения скважин и пространственной изменчивости параметров пласта. Сформулировано нелинейное дифференциальное уравнение в частных производных, описывающее одномерную нестационарную фильтрацию газа в пористой среде, с соответствующими начально-краевыми условиями. Неравномерное и точечное расположение скважин вдоль пласта смоделировано с использованием дельта-функции Дирака. Для решения нелинейных

уравнений разработан численный алгоритм, основанный на квазилинеаризации и неявной разностной схеме. Полученная система трехдиагональных алгебраических уравнений эффективно решается методом прогонки. Разработанный алгоритм позволяет с высокой точностью оценивать динамику распределения пластового давления и интерференцию скважин.

Ключевые слова: фильтрация газа, неравномерное размещение скважин, нелинейное уравнение, разностная схема, неявная схема, пластовое давление, численное моделирование.

Abstract. This paper addresses the numerical modeling of the gas filtration process under conditions of uneven well placement and spatial variation of reservoir properties. A non-linear partial differential equation describing one-dimensional unsteady gas filtration in a porous medium is formulated along with the corresponding initial-boundary value problem. The uneven and point-like distribution of wells across the reservoir is represented using the Dirac delta function. A numerical algorithm based on quasilinearization and an implicit finite-difference scheme is developed to solve the non-linear governing equation. The resulting system of tridiagonal linear algebraic equations is efficiently solved using the Thomas algorithm (sweep method). The developed algorithm allows for accurate estimation of the spatial-temporal pressure distribution and well interference in gas reservoirs.

Keywords: gas filtration, uneven well placement, non-linear equation, finite-difference scheme, implicit scheme, reservoir pressure, numerical modeling.

Kirish. Neft va gaz konlarini samarali o'zlashtirish, ulardan foydalanish jarayonida qatlam gidrodinamik ko'rsatkichlarini aniq va ishonchli modellashtirish, ularning ishlash rejimini baholash, uglevodorodlar olish koeffitsiyentini oshirish masalalari zamonaviy neft-gaz muhandisligidagi muhim ilmiy yo'nalishlardan biri hisoblanadi [1]. Qatlamdagi filtratsiya jarayonlarini aniq tavsiflash, quduqlarni joylashtirish sxemalarini optimallashtirish, zaxiralarni baholash hamda qazib chiqarish samaradorligini oshirish imkonini beradi. G'ovak muhitlarda suyuqlik va gaz harakatini matematik modellashtirish bo'yicha dastlabki fundamental tadqiqotlar Darsi tomonidan taklif etilgan filtratsiya qonuniga asoslangan bo'lib, keyinchalik

ushbu yondashuv turli geologik va gidrodinamik sharoitlarga moslashtirildi. G'ovak muhitlarda suyuqlik va gazlar filtratsiyasining klassik nazariyasi va matematik asoslari Aziz va Settari [2], Bear [3], T. Ertekin [4] ishlarida batafsil yoritilgan.

Amaliyotda konlarning geologik tuzilishi va yer usti relyefi sababli quduqlar ko'pincha notekis joylashadi. Bunday sharoitda qatlam bosimi, gazning siqiluvchanligi va g'ovaklikning bosimga bog'liqligi murakkab taqsimlanadi, bu esa gaz filtratsiyasi jarayonlarini matematik va sonli modellashtirish usullarini doimiy takomillashtirishni talab etadi.

Quduqlar joylashuvining qatlam ishlash rejimiga ta'sirini baholash bo'yicha ko'plab tadqiqotlar amalga oshirilmoqda. Peaceman [5] quduqlarni sonli modellarda tasvirlashning nazariy asoslarini ishlab chiqqan bo'lsa, Babu va Odeh [6] quduq atrofidagi bosim taqsimotini hisoblash uchun maxsus hisoblash sxemalarini taklif qilgan. Durlofsky [7], Aziz [8] ishlarida gorizonta va notekis joylashgan quduqlarni modellashtirish masalalari o'rganilgan.

Gaz filtratsiyasi jarayonlarini modellashtirishda asosiy muammolardan biri muhit parametrlarining fazoviy notekisligi hisoblanadi. Amalda ko'pchilik gaz konlarida o'tkazuvchanlik va g'ovaklik koeffitsiyentlari bir jinsli emas, shuningdek quduqlar ham qatlam bo'ylab notekis joylashgan bo'ladi. Bu holat bosim maydonining murakkab taqsimlanishiga va filtratsiya jarayonining kuchli noxiziq tus olishiga olib keladi.

Quduqlarning ta'sirini modellashtirishda nuqtaviy manbalar yoki Dirak delta-funksiyalari orqali ifodalash usuli keng tarqalgan. Berg [9] va Samarskiy [10] ishlarida delta-funksiya ishtirokidagi differensial tenglamalarni sonli yechish usullari tahlil qilingan. Ushbu yondashuv quduqlarning aniq koordinatalarini hisobga olish va ularning bosim maydoniga ta'sirini real sharoitlarga yaqinlashtirish imkonini beradi. Ayniqsa, quduqlar notekis joylashgan hollarda ushbu yondashuv yuqori samaradorlikka ega.

Heinemann va hammualliflari [11] qatlam geometriyasini modellashtirishda nomuntazam to'rlardan foydalanish usulini taklif qilgan. Bu yondashuv chekli elementlar va chekli ayirmalar usullarining afzalliklarini birlashtirib, to'r

yoʻnalganligi taʼsirini kamaytiradi hamda quduq atrofidagi oqimni aniqroq ifodalaydi.

Tadqiqotlar tahlili shuni koʻrsatadiki, qatlam parametrlarining fazoviy oʻzgaruvchanligi va quduqlarning notekis joylashuvini bir vaqtning oʻzida hisobga oluvchi barqaror oshkormas chekli-ayirmali algoritmlar hali ham dolzarb ilmiy yoʻnalish hisoblanadi. Shu nuqtai nazardan mazkur maqolada taklif qilingan sonli algoritm gaz filtratsiyasi jarayonlarini aniq modellashtirish uchun muhim ahamiyatga ega.

Asosiy qism. Gaz konlarida qatlam boʻylab filtratsiya jarayoni massa saqlanish qonuni va Darci qonuniga asoslanadi. Quduqlar notekis joylashishi sharoitida gazning gʻovak muhitda bir oʻlchamli nostasionar filtratsiya jarayonini qatlam quvvati, gʻovaklik va oʻtkazuvchanlik koeffitsiyentlarining fazoviy oʻzgaruvchanligini inobatga olgan holda quyidagi noxiziqli xususiy hosilali differensial tenglama bilan tavsiflaymiz:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{k(x)h(x)}{\mu(P)z(P)} \frac{\partial P^2}{\partial x} \right] = 2am(x)h(x) \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{P}{z(P)} \right] - Q(x, t), \quad (1)$$

$$Q(x, t) = \sum_{i_q=1}^{N_q} q_{i_q}(t) \cdot \delta(x - x_{i_q}) \quad (2)$$

Boshlangʻich shart:

$$P(x, 0) = P_H(x), \quad 0 \leq x \leq L, \quad t = 0. \quad (3)$$

Chegaraviy shartlar:

$$\frac{kh}{\mu z} \frac{\partial P}{\partial x} = \alpha_0 (P - P_{A1}), \quad x = 0, \quad t > 0, \quad (4)$$

$$-\frac{kh}{\mu z} \frac{\partial P}{\partial x} = \alpha_L (P - P_{A2}), \quad x = L, \quad t > 0. \quad (5)$$

Bu

yerda:

P - qatlam bosimi, kg s/m²;

P_H - qatlamning boshlang'ich bosimi, kg s/m²;

P_{A1}, P_{A2} – o'ng va chap chegaradagi atmosfera bosimi, kg s/m²;

μ - gaz dinamik qovushqoqligi, Pa·c;

k - qatlam o'tkazuvchanlik koeffitsiyenti, Darsi;

m - qatlam g'ovaklik koeffitsiyenti;

z - gazning o'ta siqiluvchanlik koeffitsiyenti;

q_{i_q} - i - chi quduq debiti, m³/sut;

a - gaz to'yinganligi;

L - qatlam uzunligi, m;

N_q - quduqlar soni;

δ - Dirak delta funksiyasi;

$$\alpha = \begin{cases} 0, & \text{-- chegara yopiq,} \\ 1, & \text{-- chegara ochiq.} \end{cases}$$

Dirakning delta-funksiyasi quduqlarning qatlam bo'ylab notekis va nuqtali joylashishini ifodalaydi. Masalani umumiy va barqaror ko'rinishga keltirish hamda hisoblash hajmini kamaytirish maqsadida o'lchovsiz kattaliklar va hisoblash sohasini vaqt bo'yicha diskretlashtirish uchun to'r kiritamiz. Kuduqlarning notekis joylashishi Dirak delta-funksiyasi orqali diskret ko'rinishga o'tkaziladi. Chiziqlashtirilgan hadlarni asosiy tenglamaga qo'yib, oshkormas chekli-ayirmali sxema tenglamasini hosil qilamiz va approksimatsiya qilamiz. Natijada asosiy chekli ayirmali tenglama va chegaraviy shartlar aproksimatsiya tenglamalaridan butun soha uchun uch diagonalli chiziqli tenglamalar tizimi shakllanadi. Hosil bo'lgan uch diagonalli chiziqli tenglamalar tizimi progonka usuli bilan samarali yechiladi.

Hisoblash algoritmi

Ushbu masalani yechish uchun qo'llanilgan hisoblash algoritmi — nochiziqli xususiy hosilali differensial tenglamalarni sonli yechish tizimi bo'lib, u ikki bosqichli sikllar kombinatsiyasiga asoslanadi.

1. Boshlang'ich ma'lumotlarni kiritiladi: $k, h, \mu, m, z, a, P_H, P_{A1}, P_{A2}$, quduqlar koordinatalari va debitlari $N, \Delta x, \Delta \tau, \varepsilon, \tau_{\max}$. Hisoblash sohasi bo'yicha to'rt shakllantiriladi.
2. Boshlang'ich shart beriladi, $\tau = 0$ da butun soha bo'yicha bosim taqsimoti o'rnatiladi: $P_i^0 = P_H(x_i), i = 0, 1, \dots, N$.
3. Vaqt bo'yicha tashqi sikli boshlanadi: $l = 0, 1, 2, \dots$ Har bir vaqt qatlamida oldingi vaqtdagi yechim ma'lum deb hisoblanadi: $\hat{P}_i = P_i^l$.
4. Ichki iteratsiyalar sikli yangi $l + 1$ qatlamga o'tish uchun $s = 0, 1, 2, \dots$ boshlanadi. Iteratsiya boshida $s = 0$ va boshlang'ich yaqinlashish sifatida oldingi vaqt qatlamidagi yechim qabul qilinadi: $P_i^{(0)} = P_i^l$.
5. Chiziqlashtirish va koeffitsiyentlarni hisoblash. Joriy iteratsiyadagi ma'lum $\tilde{P}_i = P_i^{(s)}$ qiymatlaridan foydalanib, barcha tugunlar uchun uch diagonalli tizim koeffitsientlari hisoblanadi:
 - Ichki tugunlar ($i = 1 \dots N - 1$): a_i, b_i, c_i, d_i koeffitsiyentlari filtratsiya majmui $T_i(\tilde{P}_i)$ va quduq hadi $Q_i (Q_i = q_{i_q}^* / \Delta x$ yoki 0) inobatga olinib hisoblanadi.
 - Chegara tugunlari: Chap chegara uchun ($i = 0$) b_0, c_0, d_0 hamda o'ng chegara uchun ($i = N$) a_N, b_N, d_N qiymatlari aniqlanadi.
6. Progonka usuli.
 - To'g'ri yo'nalish: Chapdan o'ngga ($i = 0 \dots N - 1$) progonka koeffitsiyentlari hisoblanadi: A_0, B_0, A_i, B_i
 - Teskari yo'nalish: O'ngdan chapga ($i = N \dots 0$) yangi bosimlar $P_N^{(s+1)}, P_i^{(s+1)}$ topiladi.
7. Iteratsiyani tekshirish va keyingi qadamga o'tish.
 - Yaqinlashish sharti tekshiriladi: $\max_{0 \leq i \leq N} |P_i^{(s+1)} - P_i^{(s)}| \leq \tau$

- Agar yaqinlashish sharti bajarilsa, yangi vaqt qatlamidagi yechim qabul qilinadi: $(P_i^{l+1} = P_i^{(s+1)})$

- Agar shart bajarilmasa: iteratsiya soni oshiriladi $s = s + 1$, (5-bosqichga qaytiladi) hisoblash takrorlanadi

8. Vaqt parametri berilgan maksimal qiymatga yetganda hisoblash jarayoni to'xtatiladi va bosimning vaqt va fazo bo'yicha taqsimoti, quduqlar ta'siri hamda filtratsiya jarayonining dinamik xarakteristikalarini tahlil qilinadi.

Xulosa

Ushbu tadqiqotda quduqlarning notekis joylashuvi va qatlam parametrlarining fazoviy nobirjinsligi sharoitida gazning bir o'lchamli nostatsionar filtratsiyasi jarayonini modellashtirishning matematik modeli va sonli algoritmi ishlab chiqildi. Taklif etilgan hisoblash algoritmi vaqt va fazo bo'yicha bosim taqsimoti dinamikasini hamda quduqlararo bosim interferensiyasini yuqori aniqlik va sonli barqarorlik bilan hisoblash imkonini beradi. Algoritm murakkab geologik-texnik sharoitga ega gaz konlarini o'zlashtirish ko'rsatkichlarini optimallashtirish va qazib olish rejimlarini prognoz qilish uchun amaliy dasturiy vosita bo'lib xizmat qiladi.

Adabiyotlar ro'yxati

1. Закиров, С. Н., & Лапук, Б. Б. (1974). *Проектирование и разработка газовых месторождений*. Москва: Недра.
2. Aziz, K., & Settari, A. (1979). *Petroleum Reservoir Simulation*. Applied Science Publishers. London. 476 p.
3. Bear, J. (1972). *Dynamics of Fluids in Porous Media*. American Elsevier Publishing Company. New York, 764 p.
4. Ertekin, T., Abou-Kassem, J. H., & King, G. R. (2001). *Basic Applied Reservoir Simulation*. Society of Petroleum Engineers. Richardson.
5. Peaceman D.W. Interpretation of Well-Block Pressures in Numerical Reservoir Simulation. *Society of Petroleum Engineers Journal*, 18 (03). 1978. pp. 183-194. doi: <https://doi.org/10.2118/6893-PA>
6. Babu D.K., Odeh A.S. Productivity of Horizontal Well. *SPE Reservoir Engineering* 4 (04), 1989. 417–421. doi: <https://doi.org/10.2118/18298-PA>
7. Durlafsky, L. J. (1991), Numerical calculation of equivalent grid block permeability tensors for heterogeneous porous media, *Water Resour. Res.*, 27(5), 699–708, doi:10.1029/91WR00107.
8. Aziz K. Reservoir Simulation Grids: opportunities and problems. *Journal of Petroleum Technology* Stanford University, 1993. 45 (07), 658-663.

9. Berg, C. F. (2020). *Lecture Notes in Well-Testing*. Norwegian University of Science and Technology (NTNU), 1–112.
10. Samarskii, A. A. (2001). *The Theory of Difference Schemes*. Marcel Dekker, Inc.
11. Heinemann Z.E., Brand C.W., Munka M., Chen Y.M. Modeling Reservoir Geometry With Irregular Grids. *SPE Reservoir Engineering*. 1991;6:225–232. doi: 10.2118/18412-PA.

