

YEVKLID FAZOSI: CHIZIQLI ALGEBRA VA GEOMETRIYADAGI O'RNI

Qurbonqulova Sevinch Burxon qizi

Chirchiq davlat pedagogika universiteti 1-bosqich talabasi

qurbonqulovasevinch@gmail.com

Annotatsiya. Ushbu maqolada Yevklid fazosining chiziqli algebra va geometriyadagi ahamiyati tahlil qilinadi. Skalyar ko'paytma, ortogonallik, norma va masofa tushunchalari asosida bu fazoning asosiy xossalari bayon etiladi. Maqolada Yevklid fazosining nazariy modeli va amaliy qo'llanish doiralari haqida ham fikr yuritiladi. Ish chiziqli algebra fanini o'rganayotgan talabalar uchun foydali nazariy asos bo'lib xizmat qiladi.

Kalit so'zlar. Yevklid fazosi, skalyar ko'paytma, vektor uzunligi, ortogonallik, masofa, chiziqli fazo, chiziqli algebra, geometrik model.

Kirish. Yevklid fazosi geometriya va chiziqli algebra fanining asosiy tushunchalaridan biridir. Bu fazo klassik Yevklid geometriyasining algebraik modeli bo'lib, o'lchov, masofa, burchak, vektor va boshqa geometrik elementlarni aniq va qat'iy matematik asosda ifodalash imkonini beradi. Chiziqli fazo bo'lgan Yevklid fazosi bugungi kunda matematik analiz, fizikadagi modellashtirish, kompyuter grafikasi, mashina o'rganishi kabi ko'plab sohalarda keng qo'llanilmoqda. Mazkur maqolada Yevklid fazosining asosiy tushunchalari, uning chiziqli algebra bilan bog'liqligi hamda amaliy ahamiyati ko'rib chiqiladi.

1. Yevklid fazosining ta'rifi.

Agar $x, y \in V$ vektorlarning xar bir juftiga $(x, y) \in \mathbb{R}$ haqiqiy son mos qo'yilgan bo'lib, bu moslik quyidagi aksiomalarni qanoatlantirsa, V chiziqli fazoda skalyar ko'paytma aniqlangan deyiladi:

1) $(x, y) = (y, x);$

2) $(\lambda x, y) = \lambda(x, y);$

3) $(x_1 + x_2, y) = (x_1, y) + (x_2, y);$

$$4) (x, x) \geq 0, (x, x) = 0, \Leftrightarrow x = 0.$$

Skalyar ko'paytma aniqlangan chiziqli fazo Yevklid fazosi deb ataladi.

2. Skalyar ko'paytma va vektor uzunligi.

Yevklid fazodagi ikkita vektor orasidagi skalyar ko'paytma: $\langle x, y \rangle = \sum_{i=1}^n x_i y_i$

Vektor uzunligi: $\|x\| = \sqrt{\langle x, x \rangle} = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}$

Bu formulalar orqali biz masofa, ortogonallik va burchaklarni aniqlaymiz.

3. Vektorlar orasidagi burchak va ortogonallik.

Ikki vektor orasidagi burchak quyidagi formuladan topiladi: $\cos \theta = \frac{\langle x, y \rangle}{\|x\| \cdot \|y\|}$

Agar skalyar ko'paytma nolga teng bo'lsa, $\langle x, y \rangle = 0$ bu vektorlar ortogonaldir, ya'ni to'g'ri burchak hosil qiladi.

4. Yevklid fazosida masofa tushunchasi.

Ikki nuqta orasidagi Yevklid masofasi quyidagicha hisoblanadi:

$$d(x, y) = \|x - y\| = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + \dots + (x_n - y_n)^2}$$

Bu formuladan foydalangan holda fazodagi har qanday ikki nuqta orasidagi masofani aniqlash mumkin.

5. Chiziqli algebra va geometriyadagi o'rni.

Yevklid fazosi chiziqli algebra fanining asosiy modellari qatoriga kiradi. U chiziqli fazo sifatida barcha vektorlar ustida chiziqli kombinatsiyalar, chiziqli tasvirlar, asos, o'lchov va skalyar ko'paytmani aniqlash imkonini beradi. Aynan Yevklid fazosida quyidagi tushunchalar aniq va matematik asoslangan holda ishlaydi:

1) Ortogonal vektorlar — skalyar ko'paytma orqali aniqlanadi.

2) Ortogonal proyeksiya — bu har qanday vektorni tekislikka yoki to'g'ri chiziqqa tushirish jarayoni, bu ham vektor uzunligi asosida hisoblanadi.

3) Ortonormal baza — bu baza vektorlari o'zaro ortogonal va uzunligi 1 ga teng bo'lgan to'plam bo'lib, ular Yevklid fazosida mavjud.

4) Gram-Shmidt ortogonallashtirish usuli — faqatgina Yevklid fazosida qo'llaniladigan baza ortogonallashtirish algoritmidir.

5) Vektorlar orasidagi burchaklar va masofa — bu tushunchalar ham aynan vektor uzunligi orqali aniqlanadi.

Geometriyada esa Yevklid fazosi koordinatalar geometriyasi asosini tashkil qiladi.

1) Nuqta va to'g'ri chiziqlar orasidagi masofa formulalari faqat vektor uzunligi bilan aniq ifodalanadi.

2) Vaziyatli joylashuvlar (parallel, perpendikulyar, kesishuvchi) Yevklid fazodagi burchaklar va skalyar ko'paytma orqali aniqlanadi.

3) Ko'p o'lchovli figuralar (to'g'ri to'rtburchak, kub, sfera, konus) koordinatalar orqali Yevklid fazoda ifodalanadi.

Shuningdek, chiziqli algebra kursidagi eng asosiy mavzular — matritsalar, chiziqli operatorlar, xos qiymatlar va xos vektorlar ham aynan Yevklid fazosi ustida chuqur tadqiq qilinadi.

Xulosa. Yevklid fazosi — geometriya va chiziqli algebra fanlarining eng muhim va universal modellardan biridir. Bu fazo orqali fazoviy tuzilmalarni matematik jihatdan aniq ifodalash, masofa, burchak, uzunlik, ortogonallik kabi asosiy tushunchalarni o'rganish mumkin. Yevklid fazosining asosini skalyar ko'paytma va norma tashkil etadi, bu esa vektorlar orasidagi burchak va masofani aniqlash imkonini beradi. Maqolada Yevklid fazosining ta'rif, skalyar ko'paytma va norma, ortogonallik va masofa tushunchalari nazariy asosda yoritildi. Shuningdek, bu fazoning chiziqli algebra va geometriyadagi o'rni, ya'ni ortonormal baza, proyeksiyalar, koordinata uslublari va fazoviy figuralarning algebraik ifodalanishi haqida fikr yuritildi. Yevklid fazosi nafaqat nazariy fanlarda, balki amaliy sohalarida — fizika, kompyuter grafikasi, sun'iy intellekt, geodeziya va texnik modellashtirishda ham keng qo'llaniladi. Bu fazoni chuqur o'zlashtirish zamonaviy matematik tayyorgarlikning ajralmas qismidir.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Abdullayev A.A. Analitik geometriya va chiziqli algebra. – Toshkent: O'zbekiston milliy universiteti, 2019.

2. Axmadjonov B.T., Jo'rayev D.T. Chiziqli algebra. – Toshkent: Fan, 2008.

3. Bronshteyn I.N., Semendyayev K.A. Matematikadan qo‘llanma. – Moskva: Nauka, 1986.
4. Lay D.C. Linear Algebra and Its Applications. – Pearson Education, 2012.
5. Markushevich A.I. Chiziqli algebra. – Toshkent: O‘qituvchi, 1985.
6. Strang G. Introduction to Linear Algebra. – MIT Press, 2016.
7. Xolmurodov Q.Q. Chiziqli algebra va analitik geometriya. – Toshkent: Iqtisodmoliya, 2016.
8. Gilbert Strang. MIT OpenCourseWare: Linear Algebra [Elektron resurs] – URL: <https://ocw.mit.edu>
9. Wikipedia. Euclidean space – URL: <https://en.wikipedia.org/wiki>
10. Brilliant.org. Linear Algebra Course: Euclidean Space and Norms – URL: <https://brilliant.org/wiki/euclidean-space>